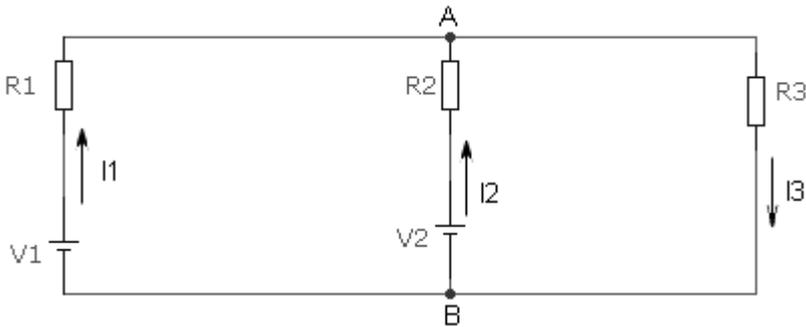


### Лабораторная работа по теме №3 – расчёт цепей в Excel

**Тема:** Применение функций для работы с матрицами при анализе цепей постоянного тока.

**Задание:** Определите токи в каждой ветви цепи постоянного тока, (см. рис. ниже), если указаны следующие величины:

$$R_1 = 0,3 \text{ Ом}, \quad R_2 = 1 \text{ Ом}, \quad R_3 = 24 \text{ Ом}, \quad \varepsilon_1 = 246 \text{ В}, \quad \varepsilon_2 = 230 \text{ В}$$



#### Решение.

Направления токов выбраны условно, если после решения значения каких-то токов получатся отрицательными, значит реальное направление для данного тока противоположно выбранному.

Т.к. ветвей в цепи три, составим три уравнения. Первое – по первому закону Кирхгофа – для узла А, и два – по второму закону Кирхгофа – для контура, по которому протекают токи  $I_1$  и  $I_3$ , и для контура с токами  $I_2$  и  $I_3$ . В обоих случаях направление обхода контура выберем по часовой стрелке.

Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ r_1 I_1 + r_3 I_3 = \varepsilon_1 \\ r_2 I_2 + r_3 I_3 = \varepsilon_2 \end{cases}$$

Подставляя известные числовые параметры (сопротивления и ЭДС), получим такую систему трёх уравнения с тремя неизвестными токами:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 0,3I_1 + 24I_3 = 246 \\ I_2 + 24I_3 = 230 \end{cases}$$

Решим эту систему методом Крамера. Этот метод решения систем линейных алгебраических уравнений подходит для систем с ненулевым определителем основной матрицы. Эта матрица строится по коэффициентам левых частей выровненных (т.е. с учётом, что некоторые коэффициенты в некоторых уравнениях могут быть равными нулю) уравнений, и имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0,3 & 0 & 24 \\ 0 & 1 & 24 \end{pmatrix}$$

Составляем матрицы переменных:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 24 & 246 \\ 1 & 24 & 230 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0,3 & 246 & 24 \\ 0 & 230 & 24 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0,3 & 0 & 246 \\ 0 & 1 & 230 \end{pmatrix}$$

Далее вычисляем определители этих матриц, применяя функцию МОПРЕД.

Затем находим отношения определителей матриц переменных к основной матрице, которые и будут искомыми значениями токов в ветвях:

$$I_1 = A_1/A; \quad I_2 = A_2/A; \quad I_3 = A_3/A.$$

**Задание 1:** Рассчитать  $I_1, I_2, I_3$

На листе Excel это должно выглядеть примерно так:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Параметры цепи	I1	I2	I3	E		R1	R2	R3	E1	E2
2	I закон Киргофа	1	1	-1	0		0,3	1	24	246	230
3	II закон Киргофа	0,3	0	24	246						
4	II закон Киргофа	0	1	24	230		I1	I3	E		
5							1	0	-1		
6	det A =	-31,5					0,3	246	24		
7	det A <sub>1</sub> =	-630					0	230	24		
8	det A <sub>2</sub> =	315									
9	det A <sub>3</sub> =	-315					I1	I2	E		
10	I <sub>1</sub>	20					1	1	0		
11	I <sub>2</sub>	-10					0,3	0	246		
12	I <sub>3</sub>	10					0	1	230		

Здесь в ячейках B2:E4 – ссылки на соответствующие значения параметров цепи, записанные в ячейках G2:K2. В ячейках G5:I7 и G10:I12 – матрицы  $A_2$  и  $A_3$ . В ячейках B6:B9 – формулы для вычисления соответствующих определителей, например  $\det A_1 = \text{МОПРЕД}(C2:E4)$ . И в ячейках B10:B12 – формулы для искоемых токов.

Примечание: Как следует из решения, реально ток  $I_2$  направлен в противоположную условно выбранной сторону, что говорит о том, что второй источник ЭДС работает в режиме потребителя.

**Задание 2:** доказать верность вычислений.

Нужно подставить в исходную систему уравнений найденные значения токов, и убедиться, что в правых частях 2-го и 3-го уравнений системы будут действительно суммы ЭДС, входящих в контур контуров, а 1-го – 0 (сумма источников токов, (не)входящих в узел).

На листе Excel это должно выглядеть примерно так:

	A	B	C	D
14		E		
15	I закон Киргофа	0		
16	II закон Киргофа	246		
17	II закон Киргофа	230		

Например, в ячейке B2 – формула для левой части второго уравнения, имеющая вид:  $=B10*G2+B12*I2$ .

**Задание 3:** найти матрицу  $A^{-1}$ , обратную матрице  $A$ . Перемножить их, получив единичную матрицу.

Подсказка: использовать функции массива МОБР и МУМНОЖ.

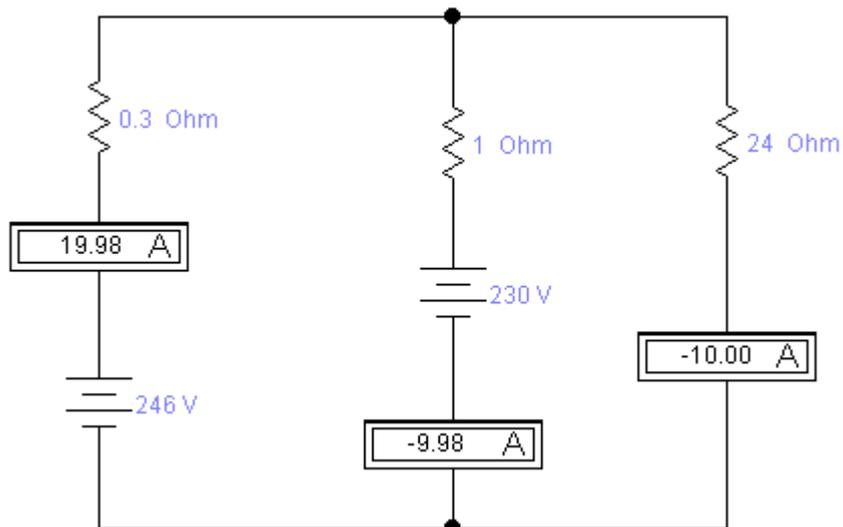
На листе Excel это должно выглядеть примерно так:

	0,762	0,79	-0,8
$A^{-1}$	0,229	-0,8	0,77
	-0,01	0,03	0,01
	1	0	-0
$A * A^{-1} =$	0	1	-0
	0	0	1

В режиме формул получим такой итог:

B19		fx {=МОБР(B2:D4)}			
A	B	C	D	E	
1	Параметры цепи	I1	I2	I3	E
2	I закон Киргофа	1	1	-1	0
3	II закон Киргофа	=G2	0	=I2	=J2
4	II закон Киргофа	0	=H2	=I2	=K2
5					
6	det A =	=МОПРЕД(B2:D4)			
7	det A <sub>1</sub> =	=МОПРЕД(C2:E4)			
8	det A <sub>2</sub> =	=МОПРЕД(G5:I7)			
9	det A <sub>3</sub> =	=МОПРЕД(G10:I12)			
10	I <sub>1</sub> =	=B7/\$B\$6			
11	I <sub>2</sub> =	=B8/\$B\$6			
12	I <sub>3</sub> =	=B9/\$B\$6			
13					
14		E			
15	I закон Киргофа	=B10+B11-B12			
16	II закон Киргофа	=B10*G2+B12*I2			
17	II закон Киргофа	=B11*H2+B12*I2			
18					
19		=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	
20	$A^{-1}$	=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	
21		=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	=МОБР(B2:D4)	

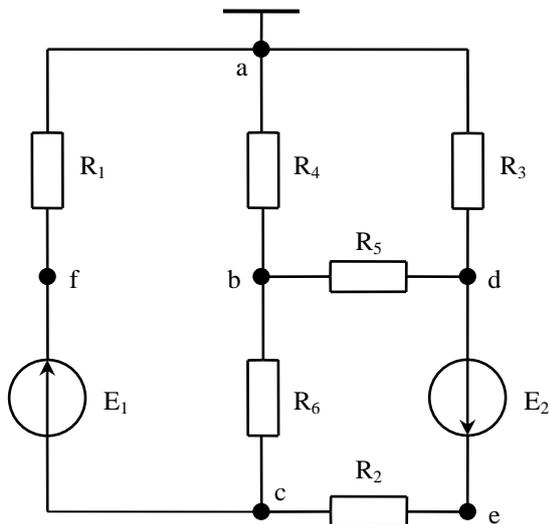
Цепь, смоделированная в Electronics Workbench, показывает верность расчёта токов:



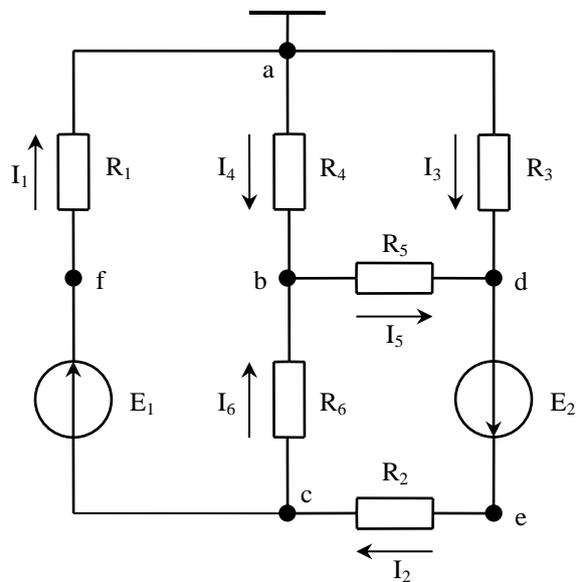
**ЗАДАНИЕ 4. РАСЧЕТ ТОКОВ В ВЕТВЯХ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАКОНОВ КИРХГОФА**  
 Данные для расчета

Параметры цепи							
R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>
Ом						В	
10	18	5	10	8	10	20	35

Исходная схема



Расчетная схема



Первый закон Кирхгофа:  $\sum_{k=1}^n I_k = 0$

Второй закон Кирхгофа:  $\sum_{k=1}^n I_k \cdot R_k = \sum_{k=1}^n E_k$

$$\begin{cases} I_1 - I_3 - I_4 = 0 \\ I_4 - I_5 + I_6 = 0 \\ -I_2 + I_3 + I_5 = 0 \\ I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_6 R_6 = E_1 \\ I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = 0 \\ I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = E_2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 - I_3 - I_4 = 0 \\ I_4 - I_5 + I_6 = 0 \\ -I_2 + I_3 + I_5 = 0 \\ 10I_1 + 10I_4 - 10I_6 = 20 \\ 5I_3 - 10I_4 - 8I_5 = 0 \\ 18I_2 + 8I_5 + 10I_6 = 35 \end{cases}$$

Перемножим матрицу, обратную главной матрице системы А и столбец свободных членов Е:

$I = A^{-1} \cdot E$ , используя функции массива МОБР (MINVERSE) и МУМНОЖ (MMULT) (вложить МОБР в МУМНОЖ)

Результат:

А	Е	
1 0 -1 -1 0 0	0 0 0 1 -1 1	0
0 0 0 1 -1 1	0 0 0 1 -1 1	0
0 -1 1 0 1 0	0 0 0 1 -1 1	0
10 0 0 10 0 -10	20	20
0 0 5 -10 -8 0	0	0
0 18 0 0 8 10	35	35
		$I_1 = 1,695 \text{ A}$
		$I_2 = 1,741 \text{ A}$
		$I_3 = 1,342 \text{ A}$
		$I_4 = 0,352 \text{ A}$
		$I_5 = 0,399 \text{ A}$
		$I_6 = 0,047 \text{ A}$